

通信教育部 夜間スクーリング 2017 論理学 練習問題 解答例

Notice: 以下はあくまでも解答例であり、別解が存在する可能性があります。

Q.4.22

6. $\neg(A \vee B) \vdash \neg A \wedge \neg B$

$$\frac{\frac{\frac{[A]^1}{A \vee B} \vee I \quad \neg(A \vee B)}{\perp} \neg E \quad \frac{\frac{[B]^2}{A \vee B} \vee I \quad \neg(A \vee B)}{\perp} \neg E}{\frac{\perp}{\neg A} \neg I,1 \quad \frac{\perp}{\neg B} \neg I,2} \wedge I}{\neg A \wedge \neg B} \neg E$$

7. $\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$

$$\frac{\neg A \vee \neg B \quad \frac{\frac{[A \wedge B]^1}{A} \wedge E \quad [\neg A]^2}{\perp} \neg E \quad \frac{\frac{[A \wedge B]^1}{B} \wedge E \quad [\neg B]^2}{\perp} \neg E}{\frac{\perp}{\neg(A \wedge B)} \neg I,1} \vee E,2$$

10. $A \wedge (B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

$$\frac{\frac{A \wedge (B \vee C)}{B \vee C} \wedge E \quad \frac{\frac{\frac{A \wedge (B \vee C)}{A} \wedge E \quad [B]^1}{A \wedge B} \wedge I}{(A \wedge B) \vee (A \wedge C)} \vee I \quad \frac{\frac{\frac{A \wedge (B \vee C)}{A} \wedge E \quad [C]^1}{A \wedge C} \wedge I}{(A \wedge B) \vee (A \wedge C)} \vee I}{(A \wedge B) \vee (A \wedge C)} \vee E,1$$

11. $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vdash A \wedge (B \vee C)$

$$\frac{(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \quad \frac{\frac{[A \wedge B]^1}{A} \wedge E \quad [A \wedge C]^1}{A} \wedge E \quad \frac{\frac{[A \wedge B]^2}{B} \wedge E \quad [A \wedge C]^2}{B \vee C} \vee I \quad \frac{\frac{[A \wedge B]^2}{C} \wedge E \quad [A \wedge C]^2}{B \vee C} \vee I}{\frac{A}{A \wedge (B \vee C)} \wedge I} \vee E,1 \quad \vee E,2$$

12. $\vdash \neg\neg\neg A \rightarrow \neg A$

$$\frac{\frac{\frac{[A]^2 \quad [\neg A]^3}{\perp} \neg E}{[\neg\neg\neg A]^1 \quad \frac{\perp}{\neg\neg A} \neg I,3} \neg E}{\frac{\perp}{\neg A} \neg I,2} \rightarrow I,1$$

Q.4.26

1. $\neg A \vee B \vdash A \rightarrow B$

$$\frac{\frac{\neg A \vee B \quad [A]^1}{B} \text{ variant of 4.23}}{A \rightarrow B} \rightarrow I,1$$

2. $\vdash ((A \vee B) \wedge \neg B) \rightarrow A$

$$\frac{\frac{\frac{[(A \vee B) \wedge \neg B]^1}{A \vee B} \quad \frac{[(A \vee B) \wedge \neg B]^1}{\neg B}}{A} \text{ 4.23}}{((A \vee B) \wedge \neg B) \rightarrow A} \rightarrow I,1 \neg E$$

Q.4.33

1. $\{B \rightarrow \neg A, B \vee C, A \wedge \neg C\}$

$$\frac{\frac{\frac{A \wedge \neg C}{A} \wedge E \quad \frac{\frac{B \vee C \quad \frac{A \wedge \neg C}{\neg C} \wedge E}{B} \text{ 4.23}}{\perp} \neg E}{\perp} \neg E}{\perp} \neg E$$

2. $\{\neg A \vee \neg B, C \rightarrow A, C \rightarrow B, C\}$

$$\frac{\frac{\frac{C \quad C \rightarrow B}{B} \rightarrow E \quad \frac{\frac{\neg A \vee \neg B \quad \frac{C \quad C \rightarrow A}{A} \rightarrow E}{\neg B} \text{ variant of 4.23}}{\perp} \neg E}{\perp} \neg E$$