

通信教育部 夜間スクーリング'17 論理学 試験問題 解答例

Notice: これらはいくまでも解答例であり、別解が存在する可能性があります。

もし誤植などを発見した場合は、お手数ですが sugimoto@abelard.flet.keio.ac.jp までご連絡ください。

問題 1

1. $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \vdash P \rightarrow R$

$$\frac{\frac{[P]^1 \quad \frac{(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)}{P \rightarrow Q} \wedge E}{Q} \rightarrow E \quad \frac{(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)}{Q \rightarrow R} \wedge E}{\frac{R}{P \rightarrow R} \rightarrow I,1} \rightarrow E$$

2. $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \vdash P \wedge Q \rightarrow R$

$$\frac{\frac{[P \wedge Q]^1 \quad \frac{[P \wedge Q]^1}{P} \wedge E}{Q} \wedge E \quad \frac{\frac{[P \wedge Q]^1}{P} \wedge E \quad P \rightarrow (Q \rightarrow R)}{Q \rightarrow R} \rightarrow E}{\frac{R}{P \wedge Q \rightarrow R} \rightarrow I,1} \rightarrow E$$

3. $\neg Q, P \rightarrow Q \vdash \neg P$

$$\frac{\frac{[P]^1 \quad P \rightarrow Q}{Q} \rightarrow E \quad \neg Q}{\frac{\perp}{\neg P} \neg I,1} \neg E$$

4. $\neg R \vee S \vdash R \rightarrow S$

$$\frac{\frac{\neg R \vee S \quad \frac{[R]^1 \quad [\neg R]^2}{S} \neg E}{S} \vee E,2}{\frac{S}{R \rightarrow S} \rightarrow I,1} \rightarrow E,2$$

5. $(P \vee Q) \wedge (P \vee R) \vdash P \vee (Q \wedge R)$

$$\frac{\frac{\frac{(P \vee Q) \wedge (P \vee R)}{P \vee Q} \wedge E \quad \frac{[P]^1}{P \vee (Q \wedge R)} \vee E}{P \vee (Q \wedge R)} \wedge E \quad \frac{\frac{\frac{(P \vee Q) \wedge (P \vee R)}{P \vee R} \wedge E \quad \frac{[P]^2}{P \vee (Q \wedge R)} \vee I}{P \vee (Q \wedge R)} \wedge I \quad \frac{\frac{[Q]^1 \quad [R]^2}{Q \wedge R} \wedge I}{P \vee (Q \wedge R)} \vee I}{P \vee (Q \wedge R)} \vee E,1}{P \vee (Q \wedge R)} \vee E,2$$

6. $\vdash \neg\neg(A \vee \neg A)$

$$\frac{\frac{\frac{[A]^2}{A \vee \neg A} \vee I \quad [\neg(A \vee \neg A)]^1}{\perp} \neg E}{\frac{\frac{\perp}{\neg A} \neg I,2}{A \vee \neg A} \vee I \quad [\neg(A \vee \neg A)]^1}{\perp} \neg E}{\frac{\perp}{\neg\neg(A \vee \neg A)} \neg I,1} \neg E$$

7. $\vdash ((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P$

$$\frac{\frac{\frac{[P]^1 \quad [\neg P]^2}{\perp} \neg E}{\frac{Q}{P \rightarrow Q} \rightarrow I,1} \perp E \quad \frac{[(P \rightarrow Q) \rightarrow P]^3}{P} \rightarrow E \quad [\neg P]^2}{\perp} \neg E}{\frac{\perp}{((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P} \rightarrow I,3} RAA,2$$

問題 2

(1)

前提 1	$A \rightarrow C \wedge D$
前提 2	$C \rightarrow \neg B$
結論	$\neg(A \wedge B)$

(2a)

示すべきは $A \rightarrow C \wedge D, C \rightarrow \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$.

この証明図は以下の通り：

$$\frac{\frac{\frac{[A \wedge B]^1}{A} \wedge E \quad \frac{A \rightarrow C \wedge D}{C \wedge D} \rightarrow E}{\frac{C \wedge D}{C} \wedge E} \rightarrow E \quad \frac{\frac{[A \wedge B]^1}{B} \wedge E \quad \frac{C \rightarrow \neg B}{\neg B} \rightarrow E}{\perp} \neg E}{\frac{\perp}{\neg(A \wedge B)} \neg I,1} \neg E$$

(2b)

(省略)

問題 3

(1-a)

$C \rightarrow A, \neg A \vee \neg B, C, C \rightarrow B \vdash \perp$

$$\frac{\neg A \vee \neg B \quad \frac{\frac{C \quad C \rightarrow A}{A} \rightarrow E \quad [\neg A]^1}{\perp} \neg E \quad \frac{\frac{C \quad C \rightarrow B}{B} \rightarrow E \quad [\neg B]^1}{\perp} \neg E}{\perp} \vee E, 1$$

よって、この論理式の集合は矛盾している。

(1-b)

(省略)